

中级宏观经济学讲义

孙瑞，李惟简

2024-06-18



Table of contents

前言	1
第一章 2024 年 3 月 1 日	3
1.1 经济学思想基础	3
1.1.1 经济系统	3
1.1.2 分析方法	4
1.1.3 研究结论	4
1.2 宏观经济学研究框架	4
1.2.1 古典主义：长期均衡	4
1.2.2 古典主义：超长期增长	5
1.2.3 凯恩斯主义：短期波动	5
1.3 GDP：国内生产总值	5
1.3.1 GDP 的测算	5
1.3.2 GDP 的分解	6
1.4 物价水平	6
1.4.1 GDP 平减指数	6
1.4.2 消费者价格指数	6
1.5 长期产出的来源	7
第二章 2024 年 3 月 15 日	9
2.1 供给端：长期产出的分配定理	9
2.1.1 正式表述	9
2.1.2 应用：	11
2.2 需求端：长期产出的需求	12
2.2.1 消费函数	12
2.2.2 投资函数	13

2.2.3	政府购买	13
2.2.4	市场出清	13
2.2.5	可贷资金市场：比较静态分析的练习	13
2.3	货币端	14
2.3.1	货币的定义与功能	14
2.3.2	外生货币供给	15
2.3.3	内生货币供给	15
2.3.4	通货膨胀	16
2.3.5	货币需求	16
2.3.6	其他知识点	17
第三章	2024年4月26日	19
3.1	短期波动：价格粘性	19
3.2	短期波动：AD-AS模型	19
3.2.1	基本定义	19
3.2.2	比较静态分析	20
3.2.3	稳定短期波动	21
3.3	短期波动：AD侧：IS-LM模型	21
3.3.1	IS曲线	21
3.3.2	LM曲线	22
3.3.3	IS-LM模型的应用：财政政策	23
3.3.4	IS-LM模型的应用：货币政策	23
3.3.5	IS-LM模型的应用：稳定化政策	23
3.4	短期波动：AD侧：从IS-LM曲线推导出AD曲线	24
3.5	从短期到长期：AD侧	24
第四章	2024年5月31日	25
4.1	消费理论：凯恩斯消费函数	25
4.2	消费理论：跨期预算约束	25
4.3	消费理论的应用：跨期预算约束与李嘉图等价	28
4.4	投资理论	28
References		31

前言

本讲义由数据科学文档生成语言[Quarto](#)进行编译，并经[Github Pages](#)部署发布。

本书参考教材为格里高利·曼昆的《宏观经济学》Mankiw (2022)。

正如 1995 年诺贝尔经济学奖得主，著名的宏观经济学家罗伯特·卢卡斯曾说过：

The consequences for human welfare involved in questions like these are simply staggering:
Once one starts to think about them, it is hard to think about anything else.

经济增长和经济波动的学问是如此重要且发人深思，他直接关乎每一个人的福祉问题，更是经济学者需要冲击的圣杯。宏观经济学就是这样一门让人感到激动人心的重要学问，希望各位同学可以认真学习，严谨思考，大胆假设，小心求问。欢迎来到北京大学国家发展研究院 2024 学年春季学期中级宏观经济学课程！

第一章 2024年3月1日

作者：李惟简

1.1 经济学思想基础

经济学是社会科学中研究人类理性的边际决策的学科。理性不仅是假设，更是经济学研究的前提，非理性的决策归于心理学的研究范畴。边际指理性人针对增量的变化开展决策，而非存量。经济学的哲学基础是客观唯心主义，研究者相信均衡的潜在力量影响人类决策，进而推动经济系统的运行。

1.1.1 经济系统

经济学构建的是由变量和等式描述的均衡系统。

经济学研究的变量从变化来源看分为内生变量和外生变量。内生变量是系统需要研究的变量，外生变量是给定系统的条件。

例：在供需模型中，均衡数量和价格是内生变量，其他变量是外生的。

经济学研究的变量从变化属性看分为流量和存量。流量是一段时间内的经济系统特征的变化量，存量是一个时点上经济系统的状态。

例：失业率和失业人数是存量，新增失业人口是流量。

经济学研究的等式系统来自优化问题。经济决策主体基于给定的约束条件作出优化决策，决策结果和约束条件呈现为等式系统。经济学的等式系统分为均衡式和恒等式。均衡式来自经济系统参与者的决策，恒等式是经济叙述的等价表述。

例：供需均衡是均衡式，净出口等于出口减进口是恒等式。

1.1.2 分析方法

经济学的分析方法包括实证分析和规范分析。实证分析研究经济系统内生变量与外生变量的均衡关系，规范分析研究对内生变量表现的价值取向。本门课程研究的每部分内容均是实证分析，一般来说，规范分析应该作为实证分析的前提条件，在确认价值取向后只应涉及实证分析。

例：代议制民主是否正义是规范分析，如何提高代议制民主效率是实证分析。

1.1.3 研究结论

经济学的研究结论呈现为相关关系与因果关系。相关关系仅由统计观察即可得到，因果关系应该来自均衡机制的分析。

例：气温升高导致游泳人数上升是因果关系，冷饮消费量上升和游泳人数上升同向变动是相关关系。

1.2 宏观经济学研究框架

宏观经济学是研究经济系统总量波动和增长的学科。

宏观经济学是经济科学的重要领域，经济学的一切思想和方法均在宏观经济学中适用。经济学的基础思想是微观经济学的优化、供需与边际理论，宏观系统亦由微观个体聚合而成。但是微观变量加总至宏观并非简单的线性加权累加，这是尤需注意的。

例：微观供给量随物价上升。但物价不影响宏观长期均衡的总供给量。

1.2.1 古典主义：长期均衡

古典主义经济学研究总量在经济系统长期达到的均衡状态。长期均衡由价格引导下的无套利机制实现，即市场上的供给方和需求方根据价格做出反应，调整供给量和需求量，使总量达到均衡。因此长期的定义是所有变量都能自由调整需要的最短时间。长期物价反映的是商品交换的比例关系，因此物价总水平不影响实际变量。实际变量由生产能力的物理约束决定。

1.2.2 古典主义：超长期增长

古典主义视角下经济系统的生产能力在超长期逐渐提高，从而带来实际变量的系统性变化。这一系统性变化成为经济增长，是宏观研究的重要领域。

1.2.3 凯恩斯主义：短期波动

凯恩斯主义关注短期经济的波动，短期的定义是部分变量存在粘性，不能自由调节的时期。部分变量的粘性导致市场不能通过均衡机制的灵活调节保持均衡状态，出现对均衡的偏离。从短期向长期变化的过程是粘性变量的粘性逐渐消失的过程，伴随着均衡的恢复。均衡的偏离和恢复称为经济波动，是宏观研究的另一个重要领域

1.3 GDP：国内生产总值

现代文明认为发展的最终目标是提高人民的生活水平。人民的生活水平体现在运用生产所带来的幸福，即经济效用。衡量一个经济体给其成员带来总经济效用的研究叫做国民财富核算，该研究主要使用国内生产总值来核算国民财富。

因此，国内生产总值的定义和国民财富总量息息相关。国内生产总值的定义是，一定时期内一国或一地区内新增生产的最终产品以市场价值计价的总量。关于该定义需要注意以下方面：

- 一定时期：GDP 是流量概念。
- 一国或一地区内：地理概念。区别于 GNP，其乃一国国民产量之总和。
- 新增生产：物质的增加值才形成生活水平的提升。
- 最终产品：未完成的商品计入存货，完成时应从存货消去。
- 市场价值：市场价值才能体现效用水平，GDP 不适用于计划经济。

1.3.1 GDP 的测算

经济系统的每一个组成成员，同时既是生产者也是消费者。一单位商品生产出来后，必是流向了消费者，形成了消费者的支出。该商品的生产者获得了收入，可以支出到其他商品中。由上述逻辑可以得到三种等价的 GDP 核算方法：

- 生产法：生产出的增加值总额。是中国最常用的核算法，脱胎于计划经济的计划生产管理，我国的增值税制度亦基于此。

- 支出法：各部门支出总额。是西方常用的核算法，适用于分解经济增长来源。
- 收入法：各部门收入总额。统计粗疏，常用于研究分配。

1.3.2 GDP 的分解

支出法视角下的 GDP 可以分解为消费、投资、政府购买和净出口四部分。体现为以下均衡式（该式永远成立）：

$$Y = C + I + G + NX$$

- 消费 (C): 包括非耐久品、耐久品和服务。其中耐久品房产属于投资，购买二手商品不计入消费。
- 投资 (I): 包括房地产、基建、固定资产投资和存货。其中房租和利润不属于生产，存货变动较大，为研究者所重视。
- 政府购买 (G): 不包括转移支付。
- 净出口 (NX): 减去进口是因为该部分已被包含在消费。

1.4 物价水平

物价水平直接决定了经济系统成员的购买能力，因此是受到密切关注的宏观变量。此外统计观察到的经济变量包含了物价的变化，称为名义变量。只有剔除掉价格变化后的实际变量，才能更准确地反映出和经济系统成员效用相关的因素变化。综上，宏观经济研究需要区分名义变量和实际变量，并估算物价水平。

1.4.1 GDP 平减指数

第一种物价水平变动的计算方式是 GDP 平减指数，是名义 GDP 和实际 GDP 的比值。其中名义 GDP 就是以当期物价计算的当期总产出，实际 GDP 是以基期物价计算的当期总产出。

$$GDP平减指数 = \frac{当期所有商品 \times 当期价格水平}{当期所有商品 \times 基期价格水平} \times 100\%$$

- GDP 平减指数只包括国内的产品，进口不属于 GDP 平减指数。
- GDP 平减指数会低估物价上升。因为没有考虑基期商品的适应性调整。

1.4.2 消费者价格指数

第二种物价水平变动的计算方式是消费者价格指数 CPI，是统计局认定的构成普遍消费者消费习惯的一篮子商品，在当前期和基期的价格之比。

$$CPI = \frac{\sum \text{一篮子商品} \times \text{当期价格水平}}{\sum \text{一篮子商品} \times \text{基期价格水平}} \times 100\%$$

- CPI 的一篮子商品只包括消费部分的代表性商品，不包括投资和政府购买。- CPI 会高估物价上升。因为没有考虑当前期商品的适应性调整，也没有考虑质量改进。

1.5 长期产出的来源

经济体的长期产出由要素的投入量所决定，所谓积水成渊也。现实中常关注的要素投入包括资本 (K) 和劳动 (L), 总产出 (Y) 可以表示为

$$Y = F(K, L)$$

其中生产函数 $F(K, L)$ 代表技术如何将资本和劳动投入组织起来。

宏观研究中常用一类的生产函数有规模报酬不变 (Constant Returns to Scale) 的性质，即：

$$F(zK, zL) = zF(K, L) \forall z > 0$$

规模报酬不变的生产函数中最常用的是柯布-道格拉斯 (Cobb-Douglas) 生产函数：

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

其中劳动的边际产值 MPL ，来自对 L 求偏导：

$$MPL = \frac{\partial AK^\alpha L^{1-\alpha}}{\partial L} = A(1-\alpha)K^\alpha L^{-\alpha}$$

竞争性市场条件下，劳动的边际产值等于实际工资，于是可以得到劳动报酬占总产出比重始终是固定值：

$$\frac{WL}{P} / Y = \frac{\partial A(1-\alpha)K^\alpha L^{1-\alpha}}{\partial L} / AK^\alpha L^{1-\alpha} = 1 - \alpha$$

同理，可以得到 $\frac{KL}{P} / Y = \alpha$ ，以及 $PY = RK + WL$ 。基于以上分析，柯布-道格拉斯生产函数在竞争性市场条件下，有如下优良性质：

- 产出可以被资本和劳动按照固定比例划分。
- 企业经济利润为零，不会无限扩张。

- 固定比例的划分符合历史数据呈现的趋势，资本和劳动收入所占比重保持不变。

由 MPL 和 MPK 边际递减的特性，可以画出向下倾斜的长期资本市场和劳动力市场需求曲线，和长期垂直的资本和劳动力供给曲线：

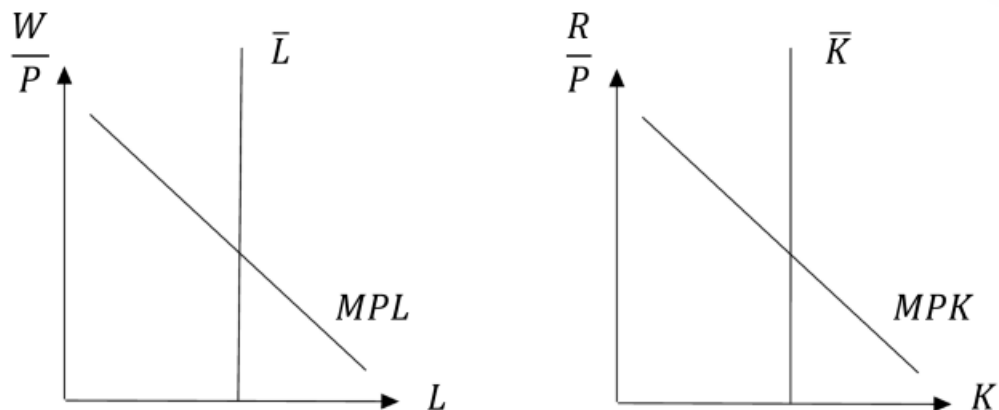


Figure 1.1: Image

于是长期的总产出是定值，体现为垂直的长期总供给曲线：

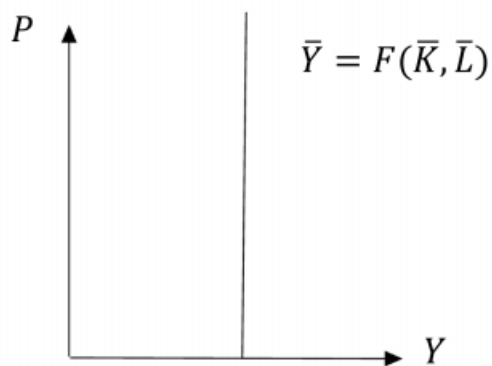


Figure 1.2: Image

第二章 2024年3月15日

作者：孙瑞

2.1 供给端：长期产出的分配定理

经济学中的供给是指那些长期因素决定的潜在产出水平，不受短期波动影响。前一节说明了长期产出的来源，现在介绍长期产出的分配。长期产出的分配理论基于数学中“齐次函数欧拉定理（Euler Theorem for Homogeneous Functions）”。让我们分别从数学和经济学两个层面来理解这一定理。

2.1.1 正式表述

- 对于如下要素投入的规模报酬不变的生产函数：

$$Y = Y(\bar{K}, \bar{L}), \text{ where } \alpha Y = Y(\alpha \bar{K}, \alpha \bar{L})$$

- 每一单位的资本和劳动应该按边际产出获得收入分配：

$$w = \left. \frac{\partial Y}{\partial L} \right|_{K=\bar{K}, L=\bar{L}}$$

$$r = \left. \frac{\partial Y}{\partial K} \right|_{K=\bar{K}, L=\bar{L}}$$

- 且两个要素的收入完全分配所有产出，不存在额外的剩余：

$$Y = wL + rK = \left. \frac{\partial Y}{\partial L} \right|_{K=\bar{K}, L=\bar{L}} L + \left. \frac{\partial Y}{\partial K} \right|_{K=\bar{K}, L=\bar{L}} K$$

💡 数学证明：

我们定义“一次齐次生产函数” f 为：给定 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$,

$$f(\alpha\vec{x}) = \alpha f(\vec{x}), \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

且进一步假定其为一阶连续可微函数，那么对 α 求导就有：

$$\nabla f(\alpha\vec{x})^T \vec{x} = f(\vec{x})$$

因为上述等式对于任意的 α 都成立，因此不妨取为 1。如果 $f(\cdot)$ 是生产函数，且 $\vec{x} = \{L, K\}$ ，那么就证明了长期产出的分配定理。

💡 经济学证明：

第一章第 5 节说明了劳动力市场和资本市场的需求曲线本质上是由 $r = MPK$ 或 $w = MPL$ 决定的，其向下倾斜的形状由边际产出对于要素投入的单调递减性质所决定。进而，给定需求曲线，给定所有潜在的劳动力和资本供给，会形成惟一（良性假设下可以证明是惟一的）价格水平和数量水平，我们称价格和数量的二元组 (p, q) 是一个均衡。那么如何通过除图形之外的方式求解这一均衡的结果呢？

给定产品市场价格为 P ，劳动力市场价格为 W ，资本市场价格为 R ：

- 厂商选择当期资本存量 K 和劳动力 L 以最大化利润水平：

$$\max_{K,L} P \times Y(K, L) - WL - RK$$

求解这个无约束静态优化问题，得：

$$P \times MPL - W = 0$$

$$P \times MPK - R = 0$$

定义实际工资和实际利率为 $w = \frac{W}{P}$ 以及 $r = \frac{R}{P}$

- 家户选择当期的消费以最大化利润，他们无条件地供给所有资本存量和劳动：

$$\max_C U(C)$$

$$\text{s.t. } PC = W\bar{L} + R\bar{K}$$

求解这个约束下静态最优化问题：

$$U'(C) = \lambda P$$

$$PC = W\bar{L} + R\bar{K}$$

- 市场出清：

$$C = Y(K, L)$$

$$K = \bar{K}$$

$$L = \bar{L}$$

- 整理上述条件，价格决定逻辑是：根据厂商的两个最优化条件，以及代入了三个市场出清条件后消费者预算约束，这三个优化条件（因此此时消费者的消费选择条件可能是冗余的，往往产品数量大于1时这一条件才会被用来确定相对价格），大概率能求解出三个未知数： P, W, R 。但实际上，我们完全可以不需要产品价格 P ，而是用实际价格将价格系统降为两维，即只有 (w, r) ，这样一来，给定边际产出递减，我们总是有唯一解： R 。因为有解是有条件的，我们不希望犯下瓦尔拉斯当年的错误，条件是：方程组增广矩阵的秩等于系数矩阵的秩

$$w = \left. \frac{\partial Y}{\partial L} \right|_{K=\bar{K}, L=\bar{L}}$$

$$r = \left. \frac{\partial Y}{\partial K} \right|_{K=\bar{K}, L=\bar{L}}$$

满足上述式子的价格-数量二元组： (w, r, K, L) 就是一组一般均衡。

i 多评论一点这个“经济学的证明”

上述内容是宏观经济学中一般均衡的完整定义（一个简化的但是格式固定的版本）。在这个简单的一般均衡中，厂商的优化过程即是对要素市场的决策（要需求多少劳动和资本），也是对产品市场的决策（一旦决定了劳动和资本，产出也就立刻确定了）。此外，由于消费者的优化对于长期分配而言不产生影响，因此这个厂商既扮演生产者角色，也可以认为其就是消费者，他决策劳动需求和供给的过程本质上是自己供给劳动的一体两面，他生产产品的过程也是他需求本身。因此直觉上来说，这个经济的所有收入本来就该全部归他所有，从而没有剩余。这样的例子比如：荒岛上的鲁滨逊，因此经济学家也会用另一个词指代我们上述这个故事：“让我们考虑一个鲁滨逊·克鲁索经济”。

2.1.2 应用：

对于一个柯布·道格拉斯生产函数 $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ ，我们计算其决定的长期分配：

$$MPK = \alpha \frac{Y}{K}$$

$$MPL = (1 - \alpha) \frac{Y}{L}$$

以资本为例，做一个转换：

$$\alpha = MPK \times \frac{K}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{Y}{K}$$

这正是**要素投入产出弹性**的定义。因此，要素收入不仅与其平均产出或生产率有关，而且与其投入产出弹性有关。用一点去理解边际产出/要素报酬是更加一般性的。即便生产函数不是柯布道格拉斯，我们依然可以看到：

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} Y + \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} Y$$

从而对于任何一个规模报酬不变的生产函数而言，所有要素的产出弹性相加为1。而产出弹性是一个可以在数据中校准的数据：劳动力投入每增长百分之1，GDP就增加百分之 α_L 。我们有GDP、就业人口和资本存量的数据：[Penn World Table](#)。因此大家可以去实际验证一下中国的总体生产函数是否是一个只含有劳动和资本的规模报酬不变的生产函数。

2.2 需求端：长期产出的需求

长期假设下的需求端不包含任何摩擦性因素（如外部性、信息不完全等等），也不包含效用最大化。长期假设下的消费只是被动地对长期产出进行支出法分解。消费 C ，本质上是一个**影响在当期**的需求行为，区别于投资 I ，是一个**影响在未来**的需求行为。通过将产出或收入对应到这两种类型的需求行为，可以为分析产出波动、商业周期和长期增长提供一个基础。

i 注意

现在我们介绍的消费和投资理论是“旧凯恩斯主义”的，即函数形式完全是自行假定（ad-hoc）的，而不是产生自消费者的效用最大化行为。这造成了20世纪70-80年代凯恩斯主义政策的失灵和“卢卡斯批判”，以及后续的新古典宏观以及新凯恩斯主义的兴起。而现在标准的消费函数来自于一个动态环境下的消费-储蓄决策导出的基于**初始财富**和**当期与未来收入**的消费函数。其边际消费倾向是一些参数的函数，例如利率、主观折现率。但现在，我们只假设消费函数只是**当期收入**的函数。

2.2.1 消费函数

- 可支配收入： $Y^d = Y - T$
- 消费函数： $C = C(Y - T)$ ，消费 C 是可支配收入 $Y - T$ 的**递增函数**

- 边际消费倾向： $MPC = \frac{\partial C(Y-T)}{\partial Y}$ ，有时我们会进一步假设 MPC 是递减的

2.2.2 投资函数

- 利率： r 是实际利率，即来自费雪公式的解： $(1+i) = (1+r)(1+\pi)$
- 投资函数： $I = I(r)$ ，投资 I 是利率 r 的递减函数
- 边际投资倾向： $MPC = \frac{\partial C(Y-T)}{\partial Y}$

2.2.3 政府购买

- G 是政府购买， T 是税收，我们现在假设其是外生给定的

2.2.4 市场出清

- 产品市场出清：

$$F(\bar{K}, \bar{L}) = C(F(\bar{K}, \bar{L}) - \bar{T}) + I(r) + \bar{G}$$

- 只有实际利息率 r 是未定的变量，其他只要给定函数形式都是定值，因此需要利率调整到合适的值来使得上述等式成立

- 可贷资金市场出清：

$$S = I(r)$$

- 总储蓄： $S = Y - C - G$

i 瓦尔拉斯律

如果资本市场出清，那么产品市场是必然出清的，反之亦然。这就是瓦尔拉斯律，即如果经济体中有 n 个市场，那么只要 $n-1$ 个市场出清，最后一个一定出清。这个技巧在很多高级阶段的有许多需要出清的市场的模型都有体现，这极大简化了我们对于市场出清条件的罗列。因此在这里，我们只需要写出一个市场出清条件即可。

2.2.5 可贷资金市场：比较静态分析的练习

- 图 Figure 2.1a：总储蓄的改变既影响实际利率 r ，又影响投资总量 I
- 图 Figure 2.1b：给定实际利率 r ，外生提高投资函数，长期来看不会改变均衡投资量，只会带来实际利率的上生

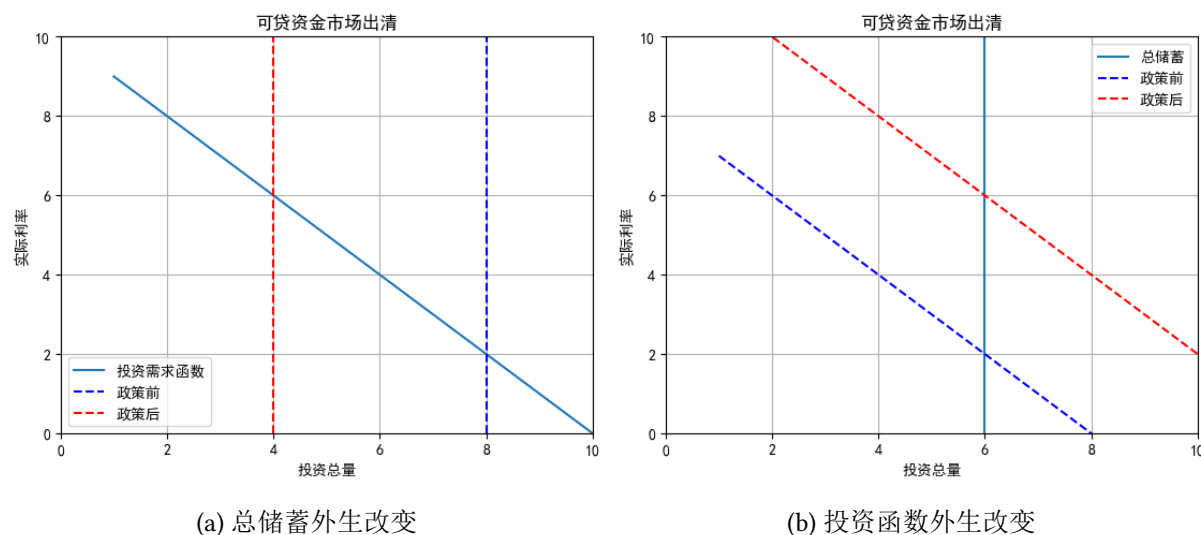


Figure 2.1: 可贷资金市场比较静态分析

2.3 货币端

根据古典二分法，经济系统的实物系统和货币系统是可分互不影响的。我们之前的分析都是集中于实体系统，现在进入货币系统，简要介绍货币经济学的基本知识。

2.3.1 货币的定义与功能

- 货币的定义：货币是可以用来随时进行交易的资产
 - 随时：有着最高的**流动性**（当我们说流动性这一词的时候，实际上都是在与货币做比较）
 - 交易：既然可以用来交易，意味着必然具有价值尺度和交易媒介的功能
 - 资产：资产是可以在未来索取一定收入的权利（claims to income），货币需要具有这一价值储藏的功能
 - 满足上述三个特征的都可以是货币：贝壳、集中营的香烟，贵金属，法币，但当失去上述任意特征时，即便是法币，也将失去货币的身份（魏玛共和国时期的马克）
- 货币的功能显然都是其定义中提取的：
 - 交易媒介
 - 价值储藏
 - 价值尺度

2.3.2 外生货币供给

- 货币供给的决定主体：现代国家货币供给完全由政府，或者说中央银行所决定
- 货币供给的决定方式：**公开市场操作**（为什么即便是非市场化的公共机构——中央银行也不得不采用市场化的方式控制货币？）

Table 2.1: 根据货币流动性划分的货币供给度量口径

货币口径	定义
M0	流通中的货币（外生）
M1	M0+ 活期存款（内生）
M2	M1+ 定期存款（内生）

2.3.3 内生货币供给

- 当考虑银行系统后，实际的货币“供给”数量将存在内生创造。此外，“乘数”的概念也首次出现：
 - 货币乘数
 - 财政乘数
 - 投入-产出网络乘数
- 简单的银行货币创造框架
 - 假设准备金率是 10%，则存款 100 元，假设银行会将所有存款都放贷出去，那么最终会创造的货币为：

$$100 \times 0.9 + 100 \times 0.9 \times 0.9 + \dots = \frac{100}{1 - 0.9} = 1000$$

- 货币创造的本质是通过存款（银行的债务，家户的资产）创造新的资产（下一家银行的债务，本银行的资产），而这一资产是以货币形式显现
- 货币乘数：
 - 记号：
 - * 总货币量：M
 - * 央行外生控制的货币供给：B
 - * 流通中的货币：C
 - * 储备（存储中的货币）：R
 - * 存款：D
 - * 准备金率： $rr = \frac{R}{D}$ ，由监管规定，如巴塞尔协议

* 流通储蓄率： $cr = \frac{C}{D}$ ，由家户规定

- 定义：货币乘数是经内生创造后的总货币量与央行外生发行的基础货币量之间的比例

$$m = \frac{M}{B} = \frac{C+D}{C+R} = \frac{cr+1}{cr+rr}$$

- 因此央行多发1单位货币实际上意味着货币产生了 m 单位的货币

2.3.4 通货膨胀

- 通胀：指总体价格水平的上升，其未必与货币是天然相关的，因为价格上升存在许多原因，例如成本上升、垄断程度增强等等：

$$1 + \pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} = \frac{\frac{1}{P_t}}{\frac{1}{P_{t-1}}}$$

现在我们将通胀与货币供给数量联系起来。

- 货币流通速度：指单位货币所承担的商品交易总值

$$V \triangleq \frac{PY}{M}$$

- 货币数量方程式：

$$MV = PY$$

- 一般而言，货币流通速度是比较稳定的，那么对数量方程式做对数差分，就有：

$$d \ln M - d \ln Y = d \ln P \triangleq \pi$$

该式可以更好地反应弗里德曼的名言：“通胀在任何时候任何地方都是一个货币现象”

2.3.5 货币需求

我们这里介绍的货币需求为凯恩斯主义需求函数，即货币需求是收入和利息率的函数，这一函数关系的得出完全是人为设定（ad-hoc）的，而不是来自消费者的效用最大化。这一情况与之前消费函数是一样的，一般而言，货币需求和消费函数都应该从一个MIU（Money-in-Utility）或CIA（Cash-in-Advance）效用函数的动态优化问题中推导出来。

- 货币需求函数：

$$\frac{M^d}{P} = L(Y, i)$$

- 其中名义利率满足费雪等式： $i = r + E\pi$
 - 为什么会受到 i 的影响：货币是一种资产，但其收益率往往是 0 甚至为负（考虑到通胀）。因此持有货币是有成本的，其机会成本是将这笔货币购买入无风险资产的利率 i 。因此越高的机会成本 i ，就意味着应该持有越低的货币。
 - 为什么会受到 Y 发影响：货币具有交易媒介的功能，越多的收入意味着越高的消费（根据消费函数），从而需要更多的货币用以交易。
- 货币市场均衡
 - 货币市场均衡即货币名义需求和货币名义供给相符合

$$M^d = \bar{M}$$

- 从而有：

$$\frac{\bar{M}}{P} = L(Y, i)$$

- 在货币市场均衡分析中，收入 Y 和货币总供给 \bar{M} 是外生的
- 更高的收入使得给定利率水平 r ，产生更高的货币需求，货币需求曲线上移
- 扩张性的货币政策（即更高的货币供给）使得均衡水平的货币需求上升，则名义利率必然下降
- 但长期中，由于价格灵活调整，根据货币数量方程式，货币数量上升导致通货膨胀，通货膨胀会使得价格水平上升，直至实际货币盈余 $\frac{M}{P}$ （Why?），从而会回到图 Figure 2.2 中的蓝色虚线处。但是此时的名义货币供给和名义价格水平和之前都不再一样。

2.3.6 其他知识点

- 铸币税：财政货币化
- 通胀的成本（预期到的和未预期到的）与其对不同主体的收益影响
- 超高速通胀与通胀目标制

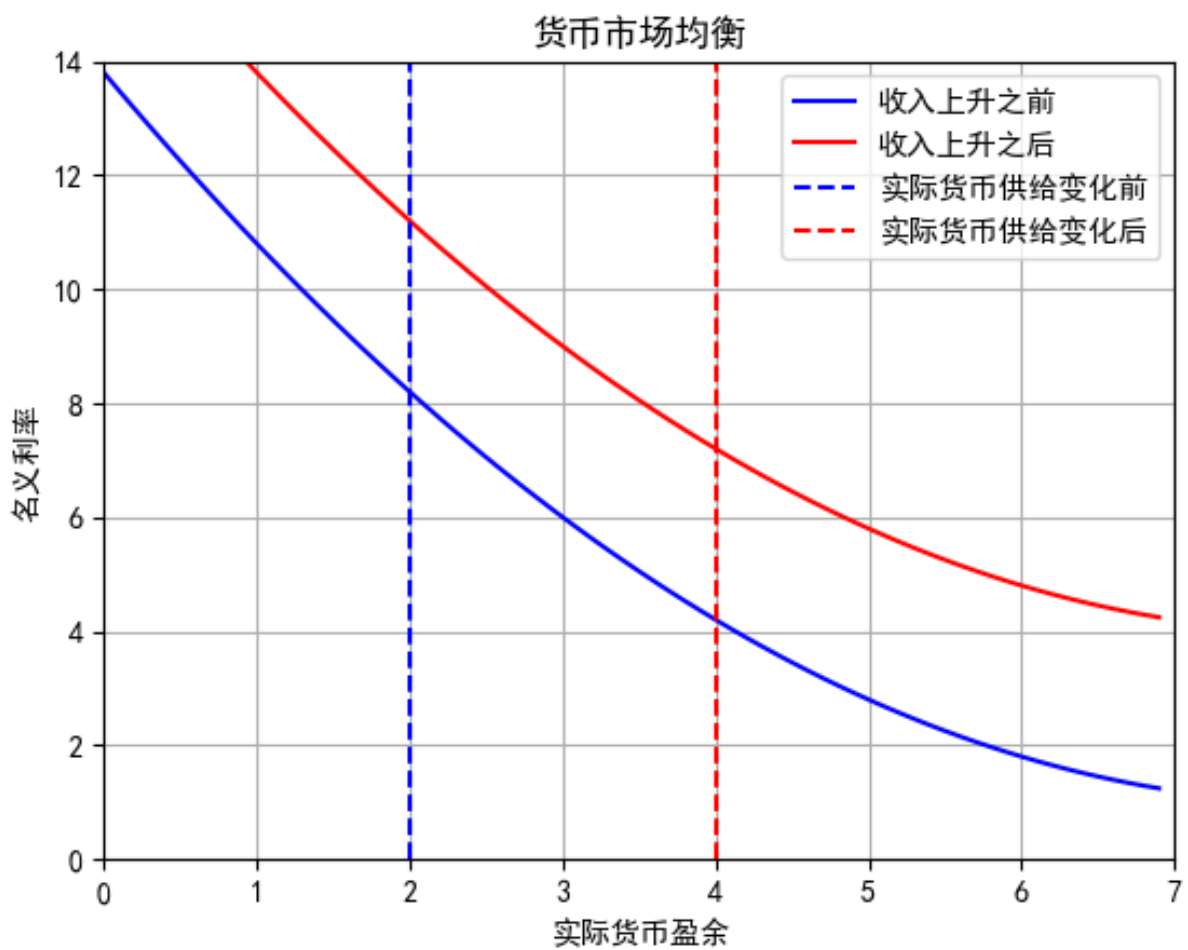


Figure 2.2: 货币市场均衡及比较静态分析

第三章 2024年4月26日

作者：孙瑞

3.1 短期波动：价格粘性

- 在之前关于长期的分析中，我们都假设价格是灵活调整的。正是价格能准确充分地反应要素边际生产力变化和商品的边际替代率变化才使得市场的参与者能够时刻知晓真实经济的变动，从而根据这些信息所反映的实际变动来做自己的最优决策，从而市场通过价格信号最有效率地分配了经济体中所需要的一切资源。
- 但如果价格不能及时反应这些实体经济中的信息，市场的参与者就不能做出准确的判断，就会出现我们所看到的各种短期波动现象：通胀、失业等等。因此可以看到，长期分析所展示的市场有效率，不存在产出低于或高于潜在产出，要素价格等于边际产出，产品价格等于边际替代率等等关键性结论都依赖于价格灵活调整使得市场出清条件成立。而如果这些都不成立——正如我们在现实中看到的那样，那就都可以用一种直接原因来解释：价格无法及时调整（而无论究竟是什么导致其无法及时调整），这就是“价格粘性”（sticky price/price rigidity）。

3.2 短期波动：AD-AS 模型

3.2.1 基本定义

在这里介绍用于短期波动分析的基本思路：AD-AS 模型。这一模型和微观经济学的供给需求交叉线十分相似，但是注意，其内涵完全不同：

- 纵轴：AD-AS 的纵轴表示的不是相对价格（relative price），而是价格水平（price index）。前者是以一个基准商品为计价物衡量的单个商品的价格，后者则是经济体中以某一期为基

准期，并将**全部商品**按一定权重以基准其价格加权计算后的总体价格水平，反应的是总体价格水平的动态变化。

- 横轴：AD-AS 的横轴表示的不是**商品数量 (quantity)**，而是**总产出 (aggregate output)**。前者是单个商品的数量，后者则是该经济体中全部产品的数量。

如何理解这个模型对于宏观经济来说不是一个平凡 (trivial) 的模型呢？

- AD: 该模型认为，总需求，也即消费、投资、政府购买和净出口是对价格水平负向反应的。这在之前对于消费函数、投资函数、政府购买和净出口的介绍中是没有涉及的，因为价格因素从来都没有进入到这些函数中。对于经济的资源配置产生的影响是**相对价格**而不是**总体价格**。总体价格反应的应该只是货币的变化带来的名义调整，不应该影响实际需求数量，因为货币中性。但是这里却说，总需求是可以对价格水平，也就是名义的货币因素产生反应的，这说明货币应该是非中性的。
- AS: 该模型认为，总产出对价格水平
 - 在短期中不做反应。这个显然和微观模型是不一样的。这是因为“价格黏性”的存在，产出无法在短期里对价格做出反应，最终均衡完全由需求决定（可能高于潜在产出）。
 - 在长期中做正向反应。这与之前的分析也是相反的。长期中，总产出是一条垂直线，即总产出不对任何价格因素起反应，因为一直处于潜在产出水平，从而没有产出的波动。这里也实际上在说名义因素对总供给也会产生影响。
 - 在超长期中完全由潜在产出决定。

3.2.2 比较静态分析

- 总需求扩张（总需求曲线右移）：
 - 短期内，总体价格水平不变，总产出水平增加
 - 长期中，总体价格水平上升，总产出水平下降
 - 超长期中，总体价格水平进一步上升直至总产出水平完全回归潜在产出水平
- 总供给收缩（总供给曲线上移）：
 - 短期内，总体价格水平上升，总产出水平下降
 - 长期中，总体价格水平下降，总产出水平回升
 - 超长期中，总体价格水平进一步下降直至总产出水平完全回归潜在产出水平
- Why: 因为总需求的冲击不能影响潜在产出，但是总供给的冲击会影响潜在产出，潜在产出才是短期向长期调整过程中的最终目标。

3.2.3 稳定短期波动

我们可以看到，长期中，经济会自发调节至潜在产出状态。但正如凯恩斯说的：“长期中，我们都死了”。人性不耐，调整过程中的福利损失牵涉着许多人的幸福，因此我们必须出台政策加速完成这一过程。具体的政策工具和效果将在之后详细介绍，这里简要介绍货币政策是如何应用对负向总供给冲击的：

- 负向总供给冲击使得短期内价格水平上升，产出水平下降
- 但长期总供给曲线不变，这一曲线只被本国的生产技术、资本和劳动所决定
- 货币政策不能影响总供给曲线，只能影响总需求（这一点在新凯恩斯主义理论中得到了重新修订和表述），则扩展性的货币政策使得总需求曲线右移，从而使得产出水平回到了潜在水平
- 但后果是什么呢：总价格水平永远地保留在更高的水平——通胀

3.3 短期波动：AD侧：IS-LM模型

现在我们来进入到AD-AS模型中的AD侧。我们将讲述总需求是如何决定的，也即AD曲线是如何被推到出来的。这一推导的过程被称为IS-LM模型。这一模型是希克斯根据凯恩斯的《通论》模型化后的结果。凯恩斯认为这一模型基本表达了其基本含义，因此被与《通论》画上了等号。IS-LM模型分为IS曲线和LM曲线两部分，IS曲线说明了产品市场出清，LM曲线说明了货币市场出清，两个市场出清，形成了整个经济的一般均衡。

3.3.1 IS曲线

IS曲线取自投资(I)和储蓄(S)两词简称。其本质含义是使得 $I = S$ 的 (Y, r) 的点的组合。一般而言，从家户端来看，总收入可以表示为 $C + S$ ，而总支出可以表示为 $C + I$ ，产品市场均衡时，总收入（被分配到的产品）一定等于总支出（所消耗的产品），因此就有： $I = S$ 。

而凯恩斯交叉图说的就是上述意思，45度线上任意一点总收入 Y 都和总支出 PE 处处相等。因此线上的点就是产品市场均衡的点。而 $PE = C + I + G$ 。回忆之前讲述的消费函数 $C = C(Y)$ ，并且边际消费倾向小于1， I 与收入水平无关， G 外生给定。因此 PE 是一条斜率小于45度的线，从而必然和45度线产生交点，这一交点就是实际上产品市场均衡的点。

但凯恩斯交叉图说的是给定 r 时产品市场出清时的产出水平是多少。我们感兴趣的是实际利率如何影响实际产出，则此时需要给定不同的 r 考察相应条件下的均衡实际产出是多少。考虑 Δr

的变化影响：

$$PE = C(Y) + I(r) + GPE = Y$$

则根据隐函数定理就有：

$$\frac{\partial r}{\partial Y} = -\frac{C'(Y) - 1}{I'(r)} < 0$$

因此 IS 曲线是向下倾斜的。

3.3.2 LM 曲线

LM 曲线取值货币需求 (L) 和货币供给 (M) 的简称。其本质含义是使得 $L = M$ 的 (Y, r) 的点的组合。这也就是货币市场出清的均衡条件。

- 首先是货币需求曲线。传统凯恩斯主义认为货币需求取决于两个因素， r 和 Y 。对于实际利率 r 而言，货币需求与其呈现负相关关系，越高的利率提高了持有货币的机会成本，因此家户倾向于减少持有货币；对实际收入 Y 而言，货币需求与其呈现正相关关系，越高的收入提高了需要货币进行交易的动机（更高的收入带来更高的消费需求，消费需要货币进行交易）。
- 其次是货币供给曲线。传统凯恩斯主义认为货币供给是对实际利率 r 不做反应的固定不变水平。

因此 L 线和 M 线在 $(r, M/P)$ 的二维图上分别是向右下倾斜以及垂直于 X 轴。此时我们感兴趣使得货币市场均衡的 (r, Y) 组合，则：

$$L(r, y) = M/P$$

则隐函数定理表明：

$$\frac{\partial r}{\partial Y} = -\frac{L'_Y(r, Y)}{L'_r(r, Y)} > 0$$

因此 LM 曲线是向上倾斜的。

3.3.3 IS-LM 模型的应用：财政政策

在 IS-LM 模型中，财政政策用政府购买 G 进行表示。则我们希望分别知道实际产出和实际利率分别如何对政府购买做出回应 $\frac{\partial Y}{\partial G}$ 和 $\frac{\partial r}{\partial G}$ 。考虑如下静态系统：

$$Y = C(Y) + I(r) + GM/P = L(r, Y)$$

则根据多值函数的隐函数定理：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial G} \\ \frac{\partial y}{\partial G} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I'(r) & C'(Y) - 1 \\ L'_r(r, Y) & L'_Y(r, Y) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

从而根据逆矩阵公式即可计算得到：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial G} \\ \frac{\partial y}{\partial G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-L_r}{L_r L_Y + L_r(1-C_Y)} \\ \frac{L_r}{L_r L_Y + L_r(1-C_Y)} \end{bmatrix} > \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

因此可以看到，财政政策对于利率和产出都是正相关关系，但是具体影响大小取决于四个导数值。政府购买是正向的财政政策冲击，税收增加则是负向的财政政策冲击。

此外还要主义财政乘数的内容，因为比较简单，暂不做过多说明。

3.3.4 IS-LM 模型的应用：货币政策

类似于财政政策的分析，这里不做赘述，扩张性货币政策右移 LM 曲线，使得产出上升而实际利率下降。这一结论同样可以仿照上述写法通过联立系统的比较静态分析获得这一结论。

3.3.5 IS-LM 模型的应用：稳定化政策

对于正向的财政政策冲击，产出虽然增加了，但是实际利率也增加了，这一定程度上挤出了投资；并且如果产出增加超过了潜在产出，则在长期中可能造成物价的上升，形成通胀的风险。为了平移财政政策的负面影响，需要货币政策进行稳定化：

- 稳定利率 r ：实行扩张的货币政策，即增加 M ，但进一步推到了产出
- 稳定产出 Y ：实行紧缩的货币政策，即减少 M ，但进一步推到了利率

在进行稳定化分析的时候，要知道哪些冲击引起的哪个市场（哪个曲线）的变动（移动），以及具体的变动方向。

3.4 短期波动：AD 侧：从 IS-LM 曲线推导出 AD 曲线

我们已经熟悉了 IS-LM 曲线的比较静态分析，一个直观的问题是，这些比较静态分析又可以推导出什么均衡呢？

答案是总需求端的均衡，也就是 **AD** 曲线。

推导十分简答，但需要辨析两点：

- 推导 AD 曲线的时候只来自于 LM 曲线的移动，并且此时 LM 曲线的移动来自于总体价格水平 P 的移动
- AD 曲线移动的时候来自于 IS 曲线的移动或者 LM 曲线的移动，而 IS 曲线的外生移动只会来自政府购买/税收，LM 曲线的移动此时只会来自货币数量的变动。因此前者的移动往往是财政政策引起的，后者的移动往往是货币政策引起的。

3.5 从短期到长期：AD 侧

开篇时我们讲了 AD-AS 模型的基本框架以及其是如何在长期与短期中进行调整的。现在我们知道了 AD 的具体决定是来源于 IS 曲线和 LM 曲线的移动。因此我们可以更详细的讨论 IS 冲击与 LM 冲击在长期中的表现。

我们以 IS 曲线为例：

- 短期：负向的 IS 冲击（例如加税）导致产出下降，价格水平不变。
- 长期：长期中价格水平逐渐对负向的产出缺口做出反应，由于实际需求小于潜在产出，从而供过于求，经济进入通货紧缩，价格水平下降。此时注意，价格水平改变只改变 LM 曲线移动因此不会进一步移动 AD 曲线，但是会改变短期总供给曲线 SRAS，短期总供给曲线随着价格向下调整
- 超长期：超长期中，价格完全对实际需求的反应做出了调整，价格水平进一步下降，直至调整至潜在产出水平

第四章 2024 年 5 月 31 日

作者：孙瑞

4.1 消费理论：凯恩斯消费函数

凯恩斯消费函数认为消费只取决于当期收入：

$$C(Y) = \bar{C} + cY$$

从而平均消费倾向就是：

$$APC = \frac{\bar{C}}{Y} + c$$

因此，收入上升，则平均消费倾向下降。这产生了两个理论启示：

- 截面上看，高收入家户平均每一单位收入所产生的消费是低于低收入家户的
- 时间序列上看，国家 GDP 上升会导致消费占比下降

但实际上，卡尔多事实表明，从时间序列上来看，消费占 GDP 比重是跨期稳定的。而同时，微观证据却也说明，截面上来看，家户的收入和 APC 确实有负相关关系。

因此凯恩斯消费函数 fail，如何以一个一致的理论去同时解释上述两种现象？答案：引入时间维度，跨期预算约束下的费雪消费函数

4.2 消费理论：跨期预算约束

费雪消费函数是基于跨期预算约束的两期效用最大化问题推导而来。这是第一期的预算约束，其中 S_t 表示储蓄（取正表示储蓄/贷款，取负表示借款）：

$$C_t + S_t = Y_t$$

这是第二期的预算约束：

$$C_{t+1} + S_{t+1} = Y_{t+1} + (1 + r_t)S_t$$

在一个动态规划问题中，往往需要施加对最后一期/无穷远期时状态变量的“横截性条件”（transversality condition），即状态变量最后一期的取值状态。这个两期问题中的状态变量是储蓄 S_t ，因对其的选择会应下一期预算约束和优化问题。对其的横截性条件为 $S_{t+1} = 0$ ，即“世界末日”条件，消费者在最后一期不会存储任何资金（因为其下一期就死亡，存储任何资金没有意义），且也不允许其在最后一期处于负债，否则他将在第一期就使 $S_t = a$ ， a 为任意大的一个负数，并且在第二期继续滚动借款使得 $S_{t+1} = (1 + r_t)a$ 甚至负债更多，那这样的话两期消费者就可以实现无穷大的效用了，这显然是不合理的“庞氏骗局”。因此世界末日条件又往往会称为是“非庞氏条件”（No-Ponzi condition）。

此时，预算约束可以整合为：

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1 + r_t} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1 + r_t}$$

这就是跨期预算约束，其在二维平面 (C_t, C_{t+1}) 上的斜率为负的图形在 Slides 上有，这里不做赘述。注意：（1）此时斜率 $-(1 + r_t)$ 反应了给定收入水平下消费跨期平滑的机会成本；（2）在 $C - t > Y_t$ 的时候，消费需要依赖于借款，而 $C_t < Y_t$ 的时候，家户则可以储蓄。

考虑最优配置：

$$\max_{S_t} U(C_t, C_{t+1}) = u(C_t) + \beta u(C_{t+1}) \quad C_t + S_t = Y_t \quad C_{t+1} = Y_{t+1} + (1 + r_t)S_t$$

不会拉格朗日法求解上述问题的同学也可以考虑一个简单的理解：考虑上述跨期效用函数的无差异曲线斜率（由全微分公式）：

$$\frac{dC_{t+1}}{dC_t} = -\frac{dU_{C_t}}{dU_{C_{t+1}}} = -\frac{u'(C_t)}{\beta u'(C_{t+1})}$$

则当无差异曲线与跨期约束相切时，达到家户的跨期最优配置：

$$-\frac{u'(C_t)}{\beta u'(C_{t+1})} = \frac{dC_{t+1}}{dC_t} = -(1 + r_t)$$

从而有著名的“欧拉方程”（Euler Equation）以描述消费者的跨期消费平滑决策：

$$u'(C_t) = (1 + r_t)\beta u'(C_{t+1}) = (1 + r_t)\beta u'(Y_{t+1} + (1 + r_t)(Y_t - C_t))$$

因此可以看到，根据费雪的理论，当期消费 C_t 不仅取决于当前收入 Y_t ，还取决于未来收入 Y_{t+1} 和利息率 r_t 。

这给了两个启示：（1）永久收入假说，即消费者是根据自己一生的收入进行平滑消费，未来收入越高，即便当前收入不变，消费者也会增加当前消费（借款消费，未来用高收入偿还），这一点和生命周期消费理论是一致的；（2）利率可以影响当前消费，但其对消费的影响是两个效应的叠加，即收入效应和替代效应，具体影响方向是不定的。注意，对于借款人和贷款人，利率的收入效应会产生完全不同的影响。

	Substitution Effect	Income Effect	Total Effect
C_t			
Borrower	-	-	-
Saver	-	+	?
C_{t+1}			
Borrower	+	-	?
Saver	+	+	+

Figure 4.1: 利率的收入效应与替代效应

作为扩展分析，我们进一步考虑有借贷约束（borrowing constraint）情况下的消费配置：

$$\max_{S_t} U(C_t, C_{t+1}) = u(C_t) + \beta u(C_{t+1}) \quad C_t + S_t = Y_t \quad C_{t+1} = Y_{t+1} + (1 + r_t)S_t \geq 0$$

其中 $S_t \geq 0$ 表示消费者不能借款，而只能储蓄给自己在未来时使用，也即 self-financing 的无借贷市场的 financial autarky 情形。此时，消费的欧拉方程就变成了：

$$u'(C_t) = (1 + r_t)\beta u'(C_{t+1}) + \mu$$

其中 μ 是借贷约束的拉格朗日乘子，该约束非紧时为 0，此时就和没有借贷约束时一样可以实现最优消费配置。但是如果约束紧，即 $S_t = 0$ ，则 $\mu_t \neq 0$ 。此时的消费配置就不是最优的，这意味

着消费者希望借钱而不希望存钱，此时如果可以借钱将极大改善消费者的福利水平。但是因为这个约束的存在，这一情况无法实现。所以借贷约束实际上有损于消费者的福利水平。

4.3 消费理论的应用：跨期预算约束与李嘉图等价

我们可以用跨期预算约束下的消费理论来理解李嘉图等价。我们引入政府，政府的收入来自从居民手中征收的一次性给付税（lump-sum tax） T_t ，并且进行固定的政府开支 G_t 。考虑政府可以向居民借钱或给居民提供贷款 B_t ，即存在一个居民和政府之间用于出清贷款的市场。则相比于之前的模型，我们有：

$$u'(C_t) = \beta(1+r_t)u'(C_{t+1}) \quad C_t + S_t = Y_t - T_t \quad C_{t+1} = Y_{t+1} - T_{t+1} + (1+r_t)S_t \quad S_t = B_t G_t = B_t + T_t G_{t+1} = T_{t+1} + (1+r_t)B_t$$

类似于家户跨期预算约束，我们总是可以将政府跨期预算约束写成：

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+r_t} = T_t + \frac{T_{t+1}}{1+r_t}$$

而此时家户的跨期预算约束则为：

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = Y_t - T_t + \frac{Y_{t+1} - T_{t+1}}{1+r_t}$$

将政府跨期预算约束 RHS 代入上式的 RHS 中，有：

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = Y_t - G_t + \frac{Y_{t+1} - G_{t+1}}{1+r_t}$$

因此，政府使用税收或债务进行融资对于家户而言没有影响，因为最终都会转变为剔除政府开支后的第一期及第二期总收入 $Y_t - G_t$ 的函数。

4.4 投资理论

投资理论即分析给定投资的收益和支出后的收益最大化问题。

- 资本存量的收入：资本边际产品价值 $\alpha A \left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha} P$
- 资本存量的成本：利息支出 $i_t P_K$ ；折旧计提 δP_K ；公允价值变动 $-\Delta P_K$
- 资本存量的净收益： $\left(\alpha A \left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - i_t - \delta + \frac{\Delta P_K}{P_K}\right) P_K$

假设资本市场稳定，则公允价值变动完全来自于通货膨胀，因此 $\frac{\Delta P_K}{P_K} = \pi_t$ ，则资本实际净收益为：

$$R_t \triangleq \alpha A \left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - (r_t + \delta) \frac{P_K}{P}$$

从而资本运动方程应该满足如下等式：

$$K_{t+1} - K_t = R_t I_t = \left(\alpha A \left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - (r_t + \delta) \frac{P_K}{P} \right) I_t$$

注意边际产品价值应使用总体价格水平 P 度量，而资本品成本则应用 P_K 进行度量。

References

Mankiw, N Gregory. 2022. *Macroeconomics (11th Edition)*. Macmillan.

